

Решения заданий для 7-8 классов

Условие задачи

Задача 1. Независимые клетки таблицы. (20 баллов)

Две клетки таблицы называются независимыми, если они находятся в разных строках и столбцах таблицы. Три клетки таблицы называются независимыми, если они попарно независимы.

1. Сколько независимых троек клеток имеется в таблице размера три на три?

2. Пронумеровать клетки таблицы:

1	4	7
2	5	8
3	6	9

и выписать всевозможные независимые тройки клеток, например,

1-5-9, 1-8-6, 2-4-9, 2-7-6 и т.д.

3. Описать алгоритм решения задачи о независимых клетках таблицы в виде блок-схемы.

Решение задачи 1

1. Ответ: 6. Оценивается в 6 баллов.

2. Правила перебора независимых троек клеток. Оценивается в 8 баллов.

А). Выбрать клетку «1». Вычеркнуть первый столбец и первую строку таблицы; в полученной таблице

5	8
6	9

имеется только две пары независимых клеток: 5-9 и 6-8, которые вместе с клеткой «1» образуют независимые клетки: 1-5-9 и 1-6-8.

Б). Аналогично выбрать клетку «2» и «3» и соответствующие им независимые клетки: 2-4-9, 2-7-6 и 3-4-8, 3-5-7.

Обоснование корректности алгоритма. Методом от противного доказывается: Нет такой независимо тройки клеток $p-q-r$, отличной от найденных клеток: 1-5-9, 1-6-8, 2-4-9, 2-7-6, 3-4-8 и 3-5-7.

В). Алгоритм перебора независимых троек клеток.

Чтобы в форме алгоритма сформулировать правило из пункта 2, таблица задается перечнем своих строк и столбцов: $T[p, q, r; a, b, c]$ или $(p, q, r); (a, b, c)$

а. Удалить клетку $\langle p, a \rangle$, получится таблица: $(q, r); (b, c)$ с парой независимых клеток: $\langle q, b \rangle, \langle r, c \rangle$ и $\langle q, c \rangle, \langle r, b \rangle$, которые вместе с клеткой $\langle p, a \rangle$ образуют независимые клетки: $\langle p, a \rangle, \langle q, b \rangle, \langle r, c \rangle$ и $\langle p, a \rangle, \langle q, c \rangle, \langle r, b \rangle$

б. Удалить клетку $\langle q, a \rangle$, получится таблица: $(p, r); (b, c)$ с парой независимых клеток: $\langle p, b \rangle, \langle r, c \rangle$ и $\langle p, c \rangle, \langle r, b \rangle$, которые вместе с клеткой $\langle q, a \rangle$ образуют независимые клетки: $\langle p, a \rangle, \langle p, b \rangle, \langle r, c \rangle$ и $\langle p, a \rangle, \langle p, c \rangle, \langle r, b \rangle$;

в. Удалить клетку $\langle r, a \rangle$, получится таблица: $(p, q); (b, c)$ с парой независимых клеток: $\langle p, b \rangle, \langle q, c \rangle$ и $\langle p, c \rangle, \langle q, b \rangle$, которые вместе с клеткой $\langle r, a \rangle$ образуют независимые клетки: $\langle r, a \rangle, \langle p, b \rangle, \langle q, c \rangle$ и $\langle r, a \rangle, \langle p, c \rangle, \langle q, b \rangle$;

г. Остается этот алгоритм с входными данными из двух целочисленных векторов (p, q, r) и (a, b, c) расписать и получить указанные шесть троек-клеток.

3. Правильная блок-схема оценивается в 6 баллов.

Условие задачи 2. Калькулятор (20 баллов)

Калькулятор имеет память из 15 регистров, в которые можно записать любое число от 0 до 15.

Калькулятор может выполнять только одно действие: складывать содержимое любых двух регистров и записать сумму в любой из регистров.

Регистры имеют номера (адреса) от 1 до 15; в регистре 1 содержится число 1, а в остальных – число 0.

1. Выписать последовательность команд (программу), после исполнения которых в регистре 1 окажется число 15.

Оценивается в 6 баллов.

2. Выписать минимальную последовательность команд, после исполнения которых в регистре 1 окажется число 15.

Оценивается в 8 баллов.

3. Последовательность команд из пункта 2 описать в виде блок-схемы.

Правильная блок-схема оценивается в 6 баллов.

Решение задачи 2.

Пункт 1. Пусть команда имеет вид: «+ A1 A2 A3» и означает: $[A1] + [A2] \rightarrow A3$ (Складываются содержимые регистров A1 и A2, и сумма записывается в регистр A3).

Решение:

+ A1 A1 A2	+ A1 = 1 A2 = 1
+ A1 A2 A2	+ A1 = 1 A2 = 2
+ A2 A2 A3	+ A1 = 1 A2 = 2 A3 = 4
+ A3 A3 A4	+ A1 = 1 A2 = 2 A3 = 4 A4 = 8
+ A3 A4 A5	+ A1 = 1 A2 = 2 A3 = 4 A4 = 8 A5 = 12
+ A2 A5 A6	+ A1 = 1 A2 = 2 A3 = 4 A4 = 8 A5 = 12 A6 = 14
+ A1 A6 A7	+ A1 = 1 A2 = 2 A3 = 4 A4 = 8 A5 = 12 A6 = 14 A7 = 15

Пункт 2. Минимальная последовательность команд.

+ A1 A1 A2	+ A1 = 1 A2 = 1
+ A1 A2 A2	+ A1 = 1 A2 = 2
+ A2 A2 A3	+ A1 = 1 A2 = 2 A3 = 4
+ A1 A3 A4	+ A1 = 1 A2 = 2 A3 = 4 A4 = 5
+ A4 A4 A5	+ A1 = 1 A2 = 2 A3 = 4 A4 = 5 A5 = 10
+ A4 A5 A6	+ A1 = 1 A2 = 2 A3 = 4 A4 = 5 A5 = 10 A6 = 15

Требуется обосновать оптимальность данного решения.

Условие задачи 3. Пять точек (20 баллов)

На листе бумаги поставлены пять точек; линия, соединяющая две различные точки, называется правильной.

1. Сколькими различными правильными линиями можно соединить заданные пять точек?

Оценивается в 10 баллов.

2. Если заданные пять точек соединены шестью правильными линиями, то каким образом полученную фигуру можно представить в виде числового массива и сохранить в памяти компьютера?

Оценивается в 10 баллов.

Решение задачи 3

Пункт 1. Из пяти точек можно выбрать десять пар различных точек.

Пункт 2. Нумеровать точки числами от 1 до 5. В таблице размера пять на пять в клетку, расположенную в строке с номером i и в столбце с номером j , записать 1, если точки i и j соединены, иначе записать нуль.

Условие задачи 4. Распределение предметов по емкостям (20 баллов)

Имеются 9 яблок и три ведра.

1. Сколькими различными способами можно распределить 9 яблок по трем ведрам? Оценивается в 7 баллов.

2. Решение задачи представить в виде последовательности из трех чисел x, y и z (x, y, z – число яблок в первом, втором и третьем ведрах, соответственно), например, 0-0-9, 0-1-8, 0-2-7 и т.д. Оценивается в 5 баллов.

3. Выписать уравнение с тремя неизвестными x, y и z : множество решений уравнения должно совпадать с множеством решений задачи о распределении 9 предметов на 3 множества. Оценивается в 3 балла.

4. Описать алгоритм решения уравнения из пункта 3 в виде блок-схемы. Оценивается в 5 баллов.

Решение задачи 4

Пункты 2 - 3. Целочисленные решения уравнения: $x + y + z = 9$ будут ответом на вопрос Пункта 3

Пункт 4. Три вложенных оператора цикла по переменным x , y и z , меняющимися от 0 до 9 и с условием «если $x + y + z = 9$ тогда вывод (x , y , z)» генерируют решение задачи.

Условие задачи 5. Перебор перестановок (20 баллов)

Имеется строка «АВВ2» из трех букв и одного числа.

1.Сколькими различными способами можно переставлять символы в строке «АВВ2», чтобы в первой позиции всегда находилась буква? Оценивается в 10 баллов.

2.Описать алгоритм решения задачи из пункта 1 в виде блок схемы. Оценивается в 10 баллов.

Решение задачи 5

Пункты 1. Правила перестановки четырех элементов показаны на примере из четырех шагов; шаги 1, 2, 3 и 4 занимают столбцы 1, 2, 3 и 4 Табл. 1.

Табл. 1. Правила перестановки четырех

Перестановки из А	Перестановки из А и Б	Перестановки из А, Б и В	Перестановки из А, Б, В и цифры 2 вне первой позиции
А	АБ	АБВ	АБВ2, АБ2В, А2БВ
		АВБ	АВБ2, АВ2Б, А2ВБ
		ВАБ	ВАБ2, ВА2Б, В2АБ
	БА	БАВ	БАВ2, БА2В, Б2АВ
		БВА	БВА2, БВ2А, Б2ВА
		ВБА	ВБА2, ВБ2А, В2БА

Пункт 2. Идея алгоритма построения перестановок из n элементов такова (сами элементы заданы последовательности из n элементов).

Шаг 1. Строится перестановка из первого элемента; оно состоит из этого элемента

Шаг 2. Имеется $k!$ перестановок из первых k элементов исходной последовательности; над каждой перестановкой осуществляется следующая процедура.

Шаг 3. $(k+1)$ элемент исходной последовательности вставляется в каждую из $(k+1)$ позиций рассматриваемой перестановки, в результате чего получается $(k+1)$ перестановка из первых $(k+1)$ элементов исходной последовательности;

Шаг 4. $k := k + 1$; если $k < n$, то переход на Шаг 2, иначе конец алгоритма.